姓名：_____ 身份证号：_____ 学校：_____ 考场：_____ 座号：_____

密 ——— 封 ——— 线

第十二届广东省大学生数学竞赛（补赛）试卷

（高职高专类，2022年）

考试形式：闭卷　考试时间：150分钟　满分：100分

条形码黏贴处

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								

一、 填空题（本题满分 30 分，每小题 6 分）

1、 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x+\cos^2 x+\cdots+\cos^{2021} x-2021}{\cos x-1}=$_____.

2、 已知 $y=f(x)$ 二阶可导，且 $f'(x)>0$，则其反函数 $x=f^{-1}(y)$ 的二阶导数 $\dfrac{d^2x}{dy^2}=$_____.

3、 曲线 $\begin{cases} x-e^x\sin t+1=0 \\ y=t^3+2t \end{cases}$ 在 $t=0$ 对应点处的切线方程为_____.

4、 $\int_0^{+\infty}\dfrac{x^2+x+1}{(1+x^2)(1+x)^2}dx=$_____.

5、 若 $f(x)$ 是连续函数，则函数 $y=\int_0^x f(t-x)dt$ 的微分 $dy=$_____.

二、(10 分) **求极限** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{\tan x}-e^{\sin x}}{x\ln\cos x}$.

三、(12 分) 已知 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内可导，证明存在实数 ξ 使得 $f'(\xi)=\dfrac{2\xi-1}{\xi(1-\xi)}f(\xi)$.

四、(12 分)　已知 $f(x)$ 二阶连续可导, $f'(0)=0$, $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f'(x)+5f''(x)}{\sin x}=7$, 证明 $f'''(0)$ 存在并求之.

姓名：_____ 身份证号：_____ 学校：_____ 考场：_____ 座号：_____

密 —— 封 —— 线

五、(12 分) 计算定积分 $\int_0^3 f(x)dx$，其中 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\ln(e^n+x^n)}{n}$.

六、(12 分) 过 $(0,0)$ 点作曲线 $y=e^x$ 的切线 l，求由 $y=e^x$、y 轴及 l 所围平面图形的面积以及该图形绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积.

七、(12 分) 已知 $x_1 = e$， $x_{n+1} = \dfrac{x_n^2 + 4}{2x_n}, n = 1, 2, \cdots$，证明数列$\{x_n\}$收敛，并求其极限.