座号：_____ 考场：_____ 学校：_____ 身份证号：_____ 姓名：_____

密 封 线

第十二届广东省大学生数学竞赛（补赛）试卷

（经管类，2022年）

考试形式：闭卷　考试时间：150分钟　满分：100分

条形码黏贴处

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								

一、 填空题（本题满分 30 分，每小题 6 分）

1、$\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{1^n+2^n+\cdots+2023^n}=$_____.

2、当$|x|$充分大以后$y=f(x)=243x^5+4x^3+x+1$的反函数记为f^{-1}，则

$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f^{-1}(x)}{\sqrt[5]{x}}=$_____.

3、已知$a_i>0, i=1,2,\cdots$，并且级数$\sum\limits_{i=1}^{\infty}a_i$发散，对$n=1,2,\cdots$，记

$s_n=\sum\limits_{i=1}^{n}a_i$，则$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sin\dfrac{2}{s_n}+\cos\dfrac{1}{s_n}\right)^{s_n}=$_____.

4、若$D(x)=\begin{cases}1, & x\text{为有理数},\\ 0, & x\text{为无理数},\end{cases}$则$y=xD(x)$的连续点个数为_____.

5、已知某产品的需求函数为$Q=2^{-P}$,则需求对价格的弹性为_____.

二、(10 分) 求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{\arctan x}-e^{\arcsin x}}{\arctan x\ln\cos x}$.

三、(12 分) 已知α,β,u,v都是$x\to 0$时的非零无穷小量，并且$\alpha\sim\beta$，$u\sim v$， 证明当$\lim\limits_{x\to 0}\left(1+\alpha(x)\right)^{\frac{1}{u(x)}}$存在时，$\lim\limits_{x\to 0}\left(1+\beta(x)\right)^{\frac{1}{v(x)}}$也存在，并且二者相等.

四、(12 分) 在$\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$内，求函数项级数$\sum_{n=1}^{\infty} n(n+1)\sin^n x$的和函数.

姓名：_____ 身份证号：_____ 学校：_____ 考场：_____ 座号：_____

密 —— 封 —— 线

五、(12 分) 已知 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内连续，证明存在实数 ξ 使得 $f(\xi)=\frac{1}{\xi}\int_{\xi}^{1} f(x)dx$.

六、(12 分) 已知 $x_1 = 4$， $x_{n+1} = \dfrac{f^2(x_n)+9}{2f(x_n)}, n = 1,2,\cdots$，证明数列$\{x_n\}$收敛，并求其极限，其中 $f(x)$ 是连续函数，并且满足条件 $3 \le f(x) \le x, \forall x \ge 3$.

七、(12 分)设银行存款的年利率为$r=0.05$。某基金会希望通过存款 **A** 万元，实现第一年提取 **19** 万元，第二年提取 **28** 万元，…，第n年提取$(10+9n)$万元，

1）依年复利计算，按此规律一直提取下去，问 **A** 至少应为多少万元；

2）若按连续复利计算，按此规律一直提取下去，问 **A** 至少应为多少万元。