第十二届广东省大学生数学竞赛试卷

（高职高专类，2022年）

考试形式：闭卷　考试时间：150分钟　满分：100分

条形码黏贴处

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

一、填空题（本题满分 30 分，每小题 6 分）

1、函数 $y=3\cos x+4\sin x$ 在 $[0,2\pi]$ 的值域为 _____.

2、极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}\sum\limits_{k=1}^{n}\left(1+\dfrac{k}{n}\right)=$ _____.

3、极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\sqrt{1-x^2}\cos x}{1+x^2-\cos^2 x}=$ _____.

4、设 $f(x)=\begin{cases}1, & x>0,\\ 0, & x\le 0,\end{cases}$ $g(x)=\begin{cases}x-1 & x\ge 1,\\ 1-x, & x<1,\end{cases}$ 则复合函数 $f\left[g(x)\right]$ 的间断点为 $x=$ _____.

5、设 $x^y=y^x$，其中 y 是 x 的函数，则 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=$ _____.

密 —— 封 —— 线

姓名：_____ 身份证号：_____ 学校：_____ 考场：_____ 座号：_____

二、(14 分) 计算：$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{e^{\sin x}}{e^{\sin x}+e^{\cos x}}\mathrm{d}x$.

三、(14 分) 设 $f(x)=\dfrac{(x-3)^2}{4(x-1)}$，求函数 $f(x)$ 的单调区间、极值点，及曲线 $y=f(x)$ 的凹凸区间.

四、(14 分) 证明：$x\ln\frac{1+x}{1-x}+\cos x\geq 1+\frac{x^2}{2}$，其中$-1<x<1$.

姓名：_____ 身份证号：_____ 学校：_____ 考场：_____ 座号：_____
密 封 线

五、(14 分) 设 $y=y(x)$ 是由方程 $y^3+xy^2+x^2y+6=0$ 确定的隐函数，求函数 $y=y(x)$ 的极值.

六、(14 分) 求曲线 $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{4}=1\ (y>0)$ 的经过点 $(0,4)$ 的切线与该曲线所围成的平面图形的面积.