姓名：_____ 身份证号：_____ 学校：_____ 考场：_____ 座号：_____

密 封 线

第十二届广东省大学生数学竞赛试卷

（经管类，2022年）

考试形式：闭卷　考试时间：150分钟　满分：100分

条形码黏贴处

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								

一、 填空题（本题满分 30 分，每小题 6 分）

1、极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\sqrt{1-x^2}\cos x}{1+x^2-\cos^2 x}=$ _____ .

2、设 $f(x)=\begin{cases}1, & x>0,\\ 0, & x\le 0,\end{cases}$ $g(x)=\begin{cases}x-1 & x\ge 1,\\ 1-x, & x<1,\end{cases}$ 则复合函数 $f\left[g(x)\right]$ 的间断点为 $x=$ _____ .

3、极限 $\lim\limits_{x\to 1^-}(1-x)^3\sum\limits_{n=1}^{\infty}n^2x^n=$ _____ .

4、设 $x^y=y^x$，其中 y 是 x 的函数，则 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=$ _____ .

5、设 $y=y(x)$ 是由方程 $y^3+xy^2+x^2y+6=0$ 确定的隐函数，则 $y=y(x)$ 的极小值为 _____ .

二、(10 分) 计算：$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{e^{\sin x}}{e^{\sin x}+e^{\cos x}}\mathrm{d}x$.

三、(12 分) 求无穷级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\arctan\frac{1}{2n^2}$ 的和.

四、(12 分) 证明：$x\ln\frac{1+x}{1-x}+\cos x\geq 1+\frac{x^2}{2}$，其中$-1<x<1$.

姓名：_____ 身份证号：_____ 学校：_____ 考场：_____ 座号：_____
密 封 线

五、(12 分) 求曲线 $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{4}=1\ (y>0)$ 的经过点 $(0,4)$ 的切线与该曲线所围成的平面图形的面积.

六、(12 分) 设 $f(x)$是$[a,b]$上连续的正值函数，M 是 $f(x)$在$[a,b]$上的最大值，证明: $\lim\limits_{n\to\infty}\left\{\dfrac{1}{b-a}\int_a^b f^n(x)dx\right\}^{\frac{1}{n}}=M$.

七、(12 分) 设年利率为α $(0<\alpha<1)$，依复利计算（所谓复利，是指过一定时间，将存款所产生的利息自动转为本金再产生利息，并逐期滚动），欲在第n年末提取n^2元$(n=1,2,\cdots)$，并且永远能如此提取，问开始至少需要存入本金为多少元（最后需算出与n无关的结果）？